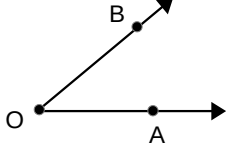


## TRİGONOMETRİ – 1

### YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

#### AÇI

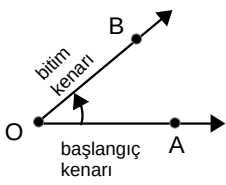
Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine **açı** ; bu ışınları **açının kenarları (kolları)** ; başlangıç noktasına ise **açının köşesi** denir.



$$\angle AOB = \angle BOA$$

Açıyı kenarlarının yazılış sırasına göre iki değişik biçimde okuyarak yönlendiririz

#### 1. POZİTİF YÖNDE YÖNLENDİRİLMİŞ AÇI:

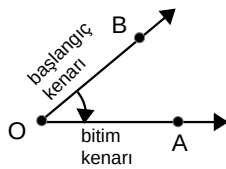


Başlangıç kenarından bitim kenarına saatin dönme yönünün tersi takip edilerek ulaşıyorsa bu açığı pozitif yönde

yönlendirilmiş açı denir.

$\angle AOB$  'nın yönü pozitiftir.

#### 2. NEGATİF YÖNDE YÖNLENDİRİLMİŞ AÇI:



Başlangıç kenarından bitim kenarına saatin dönme yönü takip edilerek ulaşıyorsa bu açığı negatif yönde yönlendirilmiş açı denir.

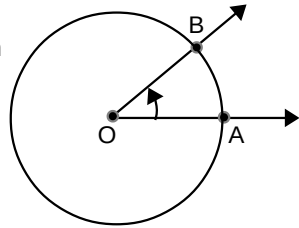
$\angle BOA$  'nın yönü negatiftir.

#### YÖNLÜ YAYLAR

O merkezli bir çember çizelim:

AB yayının yönü olarak AOB açısının yönü alınır.

Şekildeki AOB açısının yönü pozitif olduğundan AB yayının yönü pozitif olur. Burada, A noktası yay başlangıç, B ise yay bitim noktasıdır.



#### AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Açıyı ölçmek demek açının kolları arasındaki açıklığı belirtmek demektir.

#### 1) DERECE :

Bir çemberin çevresi 360 eş parçaya bölündüğü zaman bu eş yay parçalarından birini gören ; köşesi merkezde olan açının ölçüsüne 1 derece ( $1^\circ$ ) denir.

$1^\circ$  'nin 60 ta birine 1 dakika ( $1'$ ) denir.

$$1^\circ = 60'$$

$1'$  'nin 60 ta birine 1 saniye ( $1''$ ) denir.

$$1' = 60''$$

Bir açının ölçüsü a derece, b dakika ve c saniye ise bunu  $a^\circ + b' + c''$  veya  $a^\circ b' c''$  biçiminde gösteririz

#### SONUÇ

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

#### Örnek...1 :

ölçüsü  $4^\circ 12' 43''$  olan açının saniye cinsinden eşiti kaçtır

$$43 + 12 \cdot 60 + 4 \cdot 60 \cdot 60 = 15163$$

#### Örnek...2 :

$15873''$  lik açı kaç derece kaç dakika ve kaç saniyedir?

$$\begin{array}{r} 15873 \quad | \quad 60 \\ \hline \quad \quad \quad | \quad 264 \quad | \quad 60 \\ \hline \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \quad 4 \\ \hline \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \\ \hline 4^\circ \quad 24' \quad 33'' \end{array}$$

## TRİGONOMETRİ - 1

### YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

#### Örnek...3 :

Şıklarda verilen işlemleri yapınız.

$$\begin{array}{r} 50^{\circ} 25' 30'' + 34^{\circ} 18' 6'' \\ + 34^{\circ} 18' 6'' \\ \hline 84^{\circ} 43' 36'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75^{\circ} 18' 21'' + 53^{\circ} 56' 52'' \\ 53^{\circ} 56' 52'' \\ 128^{\circ} 74' 73'' \\ 128^{\circ} 75' 13'' \\ \hline 129^{\circ} 15' 13'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75^{\circ} 18' 21'' - 53^{\circ} 56' 52'' \\ 74^{\circ} 77' 81'' \\ 75^{\circ} 17' 81'' \\ - 53^{\circ} 56' 52'' \\ \hline 21^{\circ} 21' 29'' \end{array}$$

#### Örnek...4 :

Bir ABC üçgeninde  $m(A)=121^{\circ}58'1''$  ve  $m(B)=16^{\circ}34'59''$  ise  $m(C)$  kaçtır?

$$\begin{array}{r} m(C) = 180 - (m(A) + m(B)) \\ 121^{\circ} 58' 1'' \\ + 16^{\circ} 34' 59'' \\ \hline 137^{\circ} 92' 60'' \\ 138^{\circ} 33' \end{array} \quad \begin{array}{r} 179^{\circ} 60' \\ - 138^{\circ} 33' \\ \hline 41^{\circ} 27' \end{array}$$

### 2) RADYAN :

Bir çemberde yarıçap uzunluğunda bir yayı gören merkez açının ölçüsüne 1 radyan denir. Böylece çember yayının uzunluğu  $2\pi$  radyan dır.

Derece D, radyan R ile gösterilirse açı ölçü birimleri arasında

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \text{ orantısı vardır.}$$

#### Örnek...5 :

Ölçüsü  $120^{\circ}$  olan açığı radyan türünden bulunuz.

$$\frac{120}{180} = \frac{R}{\pi} \quad R = 2\pi/3$$

#### Örnek...6 :

Ölçüsü  $\frac{\pi}{5}$  radyan olan açığı derece türünden bulunuz.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\pi/5}{\pi} \quad D = 36^{\circ}$$

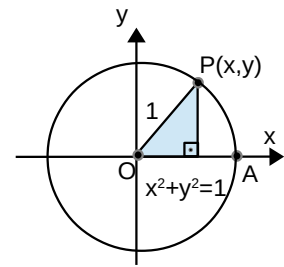
#### Örnek...7 :

Derece olarak verilmiş açılarının radyan karşılıklarını yazınız

$0^{\circ}$	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$90^{\circ}$	$180^{\circ}$	$270^{\circ}$
0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/2$	$\pi$	$3\pi/2$

### BİRİM ÇEMBER

Analitik düzlemde merkezi  $O(0,0)$  noktası ve yarıçapı 1 birim olan çembere **birim çember** (trigonometrik çember) denir.



#### Örnek...8 :

$L\left(\frac{1}{2}, k\right)$  noktası birim çember üzerinde ise k'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

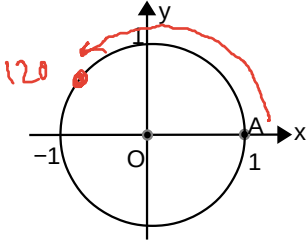
$$\begin{array}{l} k^2 + \frac{1}{2^2} = 1 \quad k^2 = \frac{3}{4} \quad k = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ k_1 \cdot k_2 = -\frac{3}{4} \end{array}$$

## TRİGONOMETRİ - 1

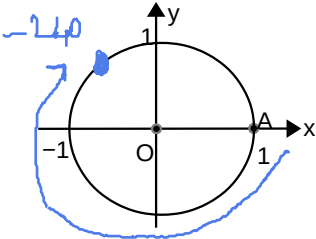
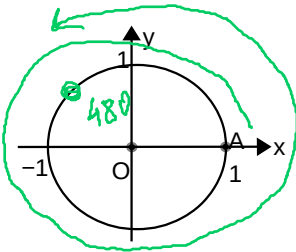
### YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

#### Örnek...9 :

Birim çemberde standart konuma yerleştirilmiş (yay başlangıç noktası (1,0) noktası ve dönme yönü pozitif yön ) ölçüleri  $120^\circ$  ,  $480^\circ$  ve  $-240^\circ$  olan yayların bitim noktalarını işaretleyiniz.

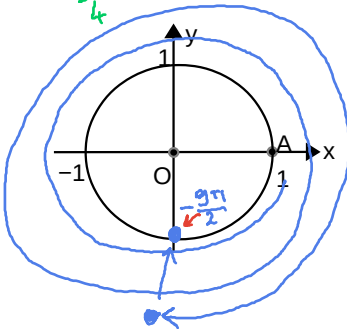
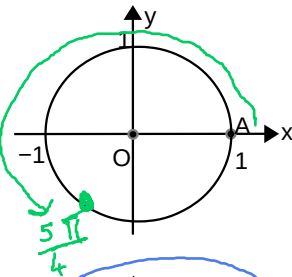


esas ölçüler  
değeriyle  
nokta aynı



#### Örnek...10 :

Birim çemberde  $\frac{5\pi}{4}$  , ve  $-\frac{9\pi}{2}$  olan yayların bitim noktalarını işaretleyiniz.



#### AÇININ ESAS ÖLÇÜSÜ

Standart pozisyonda ( köşesi orijin ve başlangıç kenarı Ox eksenini ) verilmiş ve ölçüsü  $\alpha$  olan açının birim çember üzerinde gördüğü yayın bitim noktası ile; standart pozisyonda ve ölçüsü  $\alpha + k \cdot 360^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) olan açının gördüğü yayın bitim noktası aynıdır.

#### ESAS ÖLÇÜ :

Bir açının ölçüsü derece olarak verilmişse  $[0, 360)$  aralığındaki ; radyan olarak verilmişse  $[0, 2\pi)$  aralığındaki değerine o açının **esas ölçüsü** denir.

#### SONUÇLAR

1. Açının esas ölçüsü negatif olamaz.
2. Açının esas ölçüsü bulunurken tam dönüşler çıkarılır.

#### Örnek...11 :

Aşağıda verilen açılarının esas ölçülerini bulunuz.

a)  $1100^\circ$

$$\begin{array}{r} 1100 \mid 360 \\ - 1080 \mid 3 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$1100^\circ = 20^\circ \text{ (Esas ölçüsü)}$$

b)  $61400^\circ$

$$\begin{array}{r} 61400 \mid 360 \\ 360 \mid 170 \\ \hline 2540 \\ 2520 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$E.ö = 200^\circ$$

c)  $-80^\circ$

$$-80 + 360 = 280^\circ$$

## TRİGONOMETRİ - 1

### YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

d)  $-7000^\circ = -160^\circ = -160 + 360 = 200^\circ$

$$\begin{array}{r} 7000 \overline{) 360} \\ \underline{360} \phantom{0} \\ 3400 \phantom{0} \\ \underline{3240} \\ 0160 \end{array}$$

e)  $\frac{53\pi}{5}$

$$\begin{array}{r} 53 \overline{) 10} \\ \underline{50} \phantom{0} \\ 3 \phantom{0} \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

$E \ddot{0} = \frac{3\pi}{5}$

Not  $\frac{53\pi}{5} = \frac{(5 \cdot 10 + 3)\pi}{5}$

$$= 2\pi \cdot 5 + \frac{3\pi}{5}$$

tam devir girer

$E \ddot{0}$

önceki vektör

e)  $\frac{-53\pi}{5} = -\frac{3\pi}{5} + 2\pi = \frac{7\pi}{5}$

f)  $\frac{-23\pi}{3} = -\frac{5\pi}{3} + 2\pi = \pi/3$

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 6} \\ \underline{18} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \end{array}$$

f)  $\frac{-219\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi = \frac{5\pi}{4}$

$$\begin{array}{r} 219 \overline{) 8} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 59 \phantom{0} \\ \underline{56} \\ 3 \end{array}$$

## TRİGONOMETRİ - 1

### YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

#### DEĞERLENDİRME

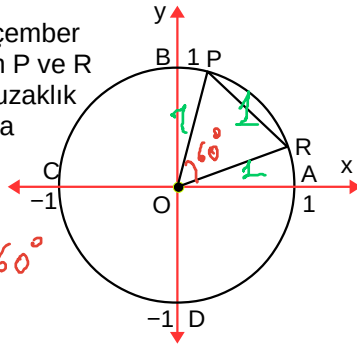
- 1) Ölçüsü  $-1220^\circ$  olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

$$\begin{array}{r} 1220 \quad | \quad 360 \\ 1080 \quad | \quad 3 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$-1220 = -140 = -140 + 360 = 220^\circ$$

- 2) Yandaki birim çember üzerinde verilen P ve R noktaları arası uzaklık 1 birim olduğuna göre,  $m(\widehat{POR})$  kaç derecedir?

$$m(\widehat{POR}) = 60^\circ$$



- 3) Birim çember üzerindeki noktalardan, apsisi ordinatının 2 katı olan bir noktanın apsisi kaç olabilir?

$$A(2x, x)$$

$$4x^2 + x^2 = 1$$

$$5x^2 = 1$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \text{apsisi } \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$$

- 4)  $\frac{-70\pi}{6}$  radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

$$\begin{array}{r} 70 \quad | \quad 12 \\ 60 \quad | \quad 5 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$E.\ddot{O} = -\frac{10\pi}{6} + 2\pi = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

- 5) Bir ABC üçgeninde  $m(A) = 101^\circ 48' 49''$  ve  $m(B) = 16^\circ 34' 52''$  ise  $m(C)$  kaçtır?

$$m(C) = 180 - m(\hat{A}) + m(\hat{B})$$

$$\begin{array}{r} 101^\circ 48' 49'' \\ 16^\circ 34' 52'' \\ \hline 117^\circ 82' 101'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 117^\circ 82' 101'' \\ 117^\circ 83' 41'' \\ \hline 118^\circ 23' 41'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ 118^\circ 23' 41'' \\ \hline 61^\circ 36' 19'' \end{array}$$

- 6)  $m(\hat{A}) = 100^\circ 50' 39''$  olduğuna göre,  $\frac{m(\hat{A})}{3}$  kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

$$\begin{array}{r} m(A) = 100^\circ 49' 99'' \\ 99^\circ 109' 99'' \\ 99^\circ 108' 159'' \\ \hline 3 \\ 33^\circ 36' 53'' \end{array}$$